大学数学教学中的美学渗透

刘瑜慧

江南大学理学院，江苏无锡， 214122

[摘要] 美学广泛存在于每个学科，存在于大学数学中的美学更是尤为值得探讨。然而，目前要在大学数学的教学中渗透美学教育并不容易。高校教师可以通过合理挖掘并运用教材中的美学因素、利用教学方法、手段、语言等有所侧重地展现数学美、在日常课堂的知识传授过程中揭示数学美、保证学生主体地位并注重提升教师自身的数学美学修养等四个方面在大学数学的教学中进行美学教育。以期优化课堂教学模式，丰富扩展教学内容，激发学生的学习兴趣，提高学生的创新能力及文化素养，进而达到完善“五育”并举的本科人才培养体系的目标。

[关键词] 大学数学，教学，数学美学，美学教育

[中图分类号] G427 [文献标识码] A

[基金项目] 2023年中央高校基本科研计划（青年基金项目）(JUSRP122031)。

[作者简介] 刘瑜慧(1994—)，女，江苏无锡人，理学博士，江南大学讲师，研究方向为数论。

**Aesthetic Infiltration in College Mathematics Teaching**

Yuhui Liu

School of Science, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China

Abstract: Aesthetics widely exists in every discipline, especially in college mathematics. However, at present, it is not easy to infiltrate aesthetic education into the teaching of college mathematics. College teachers can carry out aesthetic education in college mathematics teaching through four aspects: reasonable exploration and application of aesthetic factors in textbooks, use of teaching methods, means and languages, etc. to highlight mathematical beauty, revealing mathematical beauty in the daily teaching of mathematical knowledge, ensuring students’ subjectivity, and emphasizing the improvement of teachers’ own mathematical aesthetic cultivation. In this way, we can optimize the teaching mode, enrich and expand the teaching content, stimulate students’ interest in learning as well as improve students' innovation ability and cultural literacy. Ultimately, we wish to achieve the goal of improving the undergraduate talent training system which combines “five educations”.

Key words: college mathematics; teaching; mathematical aesthetics; aesthetic education.

Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (grant no. JUSRP122031).

大学数学是大学院校一门重要的基础课程。在非数学专业，开设的大学数学基础课一般有：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等。这些基础课程是学生在大学阶段构建完整知识体系的基石，对学生后续专业课的学习以及数学文化的传承等起着重要的奠基作用。而大学数学与中小学数学的重要区别点就在于：大学数学含有更多高度抽象化的理论与概念，并且具有更严密的逻辑性。要想深刻理解这些内容，就需要学生能够充分认识其中所蕴含的数学美。此外，在教学过程中，如果教师能够有意识地引导学生从数学审美的角度，充分挖掘数学知识点中的美学因素，就能帮助学生更好地理解数学原理，找到甚至发现更多创造性的解题方法及结论，从而提升自身的数学水平。

然而，目前要在大学数学的教学中渗透美学教育并非易事。这主要是因为基础课程的教学时间安排一般都十分紧凑，如果只是单纯从教学内容中体现具体的美学思想，可能会导致教学进度受到影响，因此往往不容易切入，更难以深入[4]。此外，部分学生进入大学后，对学习大学数学对今后的学习生活乃至就业有何用处不够明确，因此只是机械化地被动地学习数学，这也就更给数学美育的渗透加大了难度。

因此，如何深入挖掘大学数学课程中蕴含的美育教育资源，推动大学数学教学中的美学教育与数学教育深度融合，从而强化美育育人功能，提升学生学习素养和技能，将正确的价值追求和理想信念传递给学生，进而达到完善“五育”并举的本科人才培养体系的目标，是一大值得探究的问题。本文从以下四个方面对如何更有效地在大学数学的教学环节中有机渗透美学教育进行探讨，为该领域的研究提供了很好的素材。

一、合理运用教材，挖掘美学因素

数学的优美结构体现在数、形、式等各个方面，但往往并不明显，常隐藏在问题之中。大学数学更是如此。因此，教师在备课过程中，要善于挖掘教材中蕴含的美学因素，整体把握教材的知识框架和体系，制定科学合理的教学方案，让学生感受到美与数学的关系。在日常教学中，要以教材的知识为立足点，通过课堂互动、数学建模等活动充分挖掘知识点中的美学因素。以高等数学为例：在讲解数列的极限时，可以套用《庄子·天下篇》中的“一尺之锤，日取其半，万世不竭”，引导学生从优美的古文中体会极限的数学思想；又如：在讲解无穷小量的知识点时，可引用我国唐代浪漫主义诗人李白的诗句：“孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流”。引导学生在欣赏诗词的文学之美的同时，加深对无穷小量的概念的理解，等等。教师通过深入挖掘教材中的美学因素，丰富教学内容，提高学生的学习兴趣及数学水平，培养学生的文化及美学素养。

二、从教学组织、语言、手段上展现数学美

（1）教学组织的结构美：

所谓教学组织的结构，是指课堂教学组织的构成要素，一般包含：课堂的随堂讲解、课中教师互动提问与学生讨论、课后的练习及作业等等。教师在授课时，应当注重将这些要素在时间与空间上有机结合起来。在各要素之间进行切换时，要注意尽量保持协调与统一，做到和谐自然，这样才能使得整体的课堂教学呈现出美感。此外，在课堂教学中，教师要注重创设教学的优美情境，善于启迪，不断渗透，渲染课堂气氛，激发愉悦情绪，使学生能够在课堂学习中，体会乐趣与美。

（2）教学的语言美：

数学语言不同于日常语言，逻辑性及严密性极强。数学教师在课堂上讲课以及在为同学答疑辅导时，应该以身作则，秉承着高度的专业性，以优美的数学语言，对学生进行美学教育。一般来说，语言美既要做到言简意赅，好语如珠，又要轻重有别、抑扬顿挫、控制好节奏，并善于将抽象的数学语言与自然化的语言（通俗、形象、 趣味、幽默等）交替使用。例如：在课堂伊始、结束，或是在一个稍长的定理证明、例题演算完毕后，又或是在讲解映射、极限的定义、定积分的应用，以及空间解析几何等较为抽象的章节内容时，尤可适时渗入通俗语言，但也要注意摒弃离题的逗趣。

（3）教学的手段美：

板书是大学数学课堂的传统教学手段之一，特别是高等数学中的一些符号语言与推演，尤其需要依靠板书来完成。教师在进行课堂板书时，应该注意板书的设计，排版要美观大方，比例要适当，可以通过用重点标注的形式，加深学生的印象，给学生以一种整体美。在可能的条件下，宜稍多一点图示说明。在数学的作图中，线条可以用不同颜色加以区分，做到图形精美，清楚美观。具体讲解时，演算过程不宜太快但板书却不可过细，以显简洁美。重要处可用方框、波形线等标示，通过板书的条理、色彩、规范等凸现美感。近年来，随着高校多媒体网络教学技术的普及，电脑软件技术、课件、电子教案等逐渐取代了传统的实物数学模型、挂图、投影，因此较传统板书，教师有了更大的发挥空间和效果。可以通过用动画制作软件，辅以优美的教态，更加生动形象地呈现出所要讲授的知识点，将美学教育贯穿于整个大学数学的课堂教学之中。

1. 在数学知识的传授过程中揭示数学美

数学作为一门基础科学，在本身的方法、结构、内容等方面具有自身的美，也即我们所常说的数学美。我国著名的数学家徐利治教授曾指出[2]：“数学美的含义是丰富的。例如：数学概念的简洁性、统一性，数学结构系统的协调性、对称性，数学命题与模型的概括性、典型牲与普通性，以及数学中的奇异性等都是数学美的具体内容”。 因此，大学教师在日常的课堂教学中，应该注重将美学能力的培养与数学的理论教学相结合，在数学知识的传授中渗透有关于数学美的美学教育，让学生们能够在潜移默化中获得数学美的修养。

（1）统一美

数学的固有特点就在于其自身的有机统一性。一方面，从统一性的目标出发，各类数学分支相互促进、相互渗透。譬如：在数学中，我们通过对“数”的研究，构成了代数学科；而通过对“形”的研究，构成了几何学科。“数”与“形”这两个看似互相独立的研究对象，通过建立起坐标系，可以将数与形有机地结合起来。也由此诞生了解析几何这一门新的数学学科领域，将代数学科与几何学科所研究的对象相联系，体现了数学的统一美。另一方面，随着数学概念不断地进行扩张，数学理论不断地研究深化，数学也在谋求更高层次的统一美。以高等数学幂级数展开中的麦克劳林级数为例，它的应用范围非常广。我们可以通过公式，将函数展开成幂级数的形式。反之，我们也可以将其与高阶的导数建立起联系，从而求解出高阶导数。由此可见，在应用数学公式求解相应的数学问题的过程中，要注重引导学生用审美的眼光去审视问题结构的和谐性，挖掘命题结论的统一性，用公式本身、各个条件以及相应结论之间的联系，研究出相应的求解方法，使得各种形式达到统一简化。这样，能自然而然地带领学生进入数学美的王国，促进各个知识点之间的融化贯通，进而提高学习效率，培养创造性思维能力。这又何尝不体现出，数学的统一美！

（2）简洁美

众所周知，数学学科的许多分支，以及由各类分支所衍生出的其它交叉学科，都建立在简洁的公理体系之上。如：特殊的欧几里得空间、线性空间理论等等。也正是因为如此，数学也堪称典型的公理化学科[2]。而数学符号和公式作为数学学科独有的语言表达形式，以其高度的概括性与抽象性，处处体现出简洁美。

例如高等数学中，我们通过“”语言、“”语言，精细地刻画出极限过程中变量之间的动态关系，给出了数列极限以及函数极限的精确化的定义，也为后面介绍极限的性质与运算等奠定了基础[1]。而这类简洁的数学语言，不仅简化了用定义证明极限的解题步骤，也能更好地帮助学生理解极限概念的本质。又如，德国数学家莱布尼茨以优美和易于理解的形式创立了自己的微积分，并且设计出非常巧妙简洁的微积分符号，从而极大地推动了微积分的发展史，使得近代数学走向成熟。线性代数作为大学数学的另一重要基础课，也处处体现出简洁美。例如：我们之所以会提出矩阵和向量等概念，均是提炼了源于生活的感性认知。而这样给出的抽象形式，形式简洁，富有美感。尤其是线性代数教材中涉及到的矩阵，大多为对称矩阵。只有深切感受并理解相应的对称性，才能在利用对称矩阵求解问题的过程中，体悟简洁之美，并找到正确的简洁明快的解题方式及结论。作为大学教师，可以通过日常的教学，带动学生自发地去欣赏这类简洁美，从而在潜移默化中培养学生的学习兴趣以及对数学美的审美能力。进一步地，要带动学生挖掘定义、定理、解答以及证明中所蕴含的深层含义，这对于诱发学生的求知欲，激发学生创造美的热情及创新意识，功效是不言而喻的。

（3）对称美

 数学中，我们常用变换、运动的不变形来本质地反应生活中的对称性。而数学中的许多图形，本身就具有着对称美。例如：圆形和波纹线，都以其高度的对称性，视觉给人很舒服的感觉，也因此被称为“最美的图形”。此外，空间理论中的共轭空间以及对偶空间、命题理论中的对偶命题以及互逆定理等，都在一定意义下具有对称性质[2]。

大学数学中也蕴含着许多对称美。以高等数学为例：数形结合是高等数学的一个重要特点。利用通常的代数方法来探究多元函数的极限或积分，往往不容易求出结果。但是我们可以借助极坐标做代换，结合题中的对称性，从而简化问题。此外，教师在讲授求解一类定积分、重积分、线面积分、曲线积分、曲面积分的简化运算，以及探讨定积分的元素法在几何学中的应用（计算星形线的弧长，求旋转体的体积）等过程中，也应当结合具体问题，正确引导学生体验欣赏其中所蕴含的数学的对称美，以及对称美给数学问题的计算及证明所带来的事半功倍的效果。

线性代数中的对称美也有不少，譬如一般的矩阵的运算公式（加法、数乘、转置等），就以其工整的结构，体现出对称的美感。特别地，对称矩阵的主对角线、反对称矩阵的副对角线都构成了其天然的对称轴，从外表上就给人以一种美的享受。此外，利用对称矩阵特有的形式对称美，我们可以用于求解逆矩阵，且变化前后矩阵的对称性质不会发生改变，这样的对称美所带来的特性十分简明扼要，耐人寻味。

（4）奇异美

奇异美是数学发展中的重要美学因素之一。所谓奇异美，是指：数学中有很多理论、公式、定理、命题等，以及数学的结构、变换、方法等许多方面，在直觉上让人觉得相背离，令人难以理解。感觉既是在情理之中，又似乎在意料之外，会让人无尽畅想，从而进入“山穷水复疑无路，柳暗花明又一村”的“奇异”的境界[1]。如果教师在课堂教学中，善于抓住这些奇异现象，并采用多方联想、归纳、类比、联结试验等方法去揭示新问题中的奇异美并加以有效利用，那么就可以激发学生的好奇心，从而进一步提高学生学习的热情，从而提高学习效率，培养创造性思维，从学习过程中得到美的体验。

 例如：微分和积分在最开始时，常常被人们认为是两种毫不相干的运算。而后数学家牛顿和莱布尼茨将微分和积分建立起了联系，人们这才发现它们其实是互逆的两种运算。这样的奇异美，也正是微积分建立的关键所在。又如在线性代数中，单位矩阵扮演了十分重要的角色，其在矩阵乘法中的作用就类似于数的乘法中的“1”，因此在解题过程中处处体现出奇异美。其实，在大学数学的学习与解题过程中，不论是哪一门学科，只要敢于创新，突破常规的思维，另辟蹊径，得到一种新的做法，就是奇异美的一大体现。

1. 教师注重提升自身的数学美学修养，保证学生主体地位

学生是课堂教学的主体，只有让学生主动接受美学，才能让美学更顺利地渗透进数学教学中。教师在日常工作中，不仅应当主动挖掘数学知识中各种潜在的美学因素，引导学生寻找生活中的美学元素，发展思维，提高学生学习的兴趣。更应该增强学生的应用意识，在应用中引领学生体验解决问题的征服美和创造美。此外，教师还应该主动地提高自己的审美能力，多方面积累有关数学美感的体验，从而更清楚地了解和把握知识。也可以选择将相关的美学教育作为课后兴趣作业，从而加深学生对课堂上所学的数学知识的理解，更恰当地选准时机引导和带动学生体验数学美，也增强了学习的趣味性。

综上，数学美贯穿并渗透于整个大学大学数学的知识体系，内容相当丰富多彩。教师在大学数学的教学过程中，应当重视揭示和展现出教学内容中的美学因素，让学生时刻体会到数学美，并不断提高学生的审美能力，才能提升数学水平，养成热爱科学的情感。同时也有助于培养学生对数学的学习兴趣、思维能力以及创造精神。也许若干年后，他们会逐渐忘却大学数学课堂所讲授的一些公式和定理，但相信他们一定会铭记大学数学课堂教学中所渗透的美学教育所带给他们的美好回忆！[3]

**参考文献**

[1]曹桂文.浅谈大学数学中美学研究以及应用[J].科技资讯，2012(03)：187—188.

[2]丁巍.数学美与大学数学教学[J].辽宁教育行政学院学报，2016(33)：67—70.

[3]侯方博.数学美在大学数学教学中的运用与思考[J].数学学习与研究，2017(15)：21—22.

[4]王福来.大学数学中美学的研究与应用[J].考试周刊，2010(55)：63—64.

本人通信地址：江苏省无锡市滨湖区蠡湖大道1800号江南大学理学院 刘瑜慧（收）

联系电话：18817278823

QQ：995119750